

## INŽINERINIŲ KONSTRUKCIJŲ MASĖS OPTIMIZAVIMAS TAIKANT GENETINIUS ALGORITMUS

Valentina Gerfolveden<sup>1</sup>, Darius Mačiūnas<sup>2</sup>, Dmitrij Šešok<sup>3</sup>,  
Saulius Valentinavičius<sup>4</sup>, Elena Glėbiene<sup>5</sup>

Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Fundamentalųjų mokslų fakultetas, Lietuva

<sup>1</sup>valentina.gerfolveden@vgtu.lt, <sup>2</sup>darius.maciunas@vgtu.lt, <sup>3</sup>dmitrij.sesok@vgtu.lt,

<sup>4</sup>saulius.valentinavicius@vgtu.lt, <sup>5</sup>elena.glebiene@vgtu.lt

**Anotacija.** Šiame straipsnyje analizuojamos genetinių algoritmų strategijos, kurios leistų optimaliai atlikti inžinerinės mechaninės konstrukcijos masės minimizavimą. Tam tikros formos plokščiojo deformuojamo kūno masė yra minimizuojama, kai žinoma apkrova ir kraštinės sąlygos. Uždaviniui taikomi geometriniai ir stiprumo apribojimai. Tiesioginis uždavinys sprendžiamas baigtinių elementų metodu, optimizavimo – genetiniais algoritmais. Straipsnyje tiriama kaip optimizavimo rezultatai priklauso nuo genetinių algoritmų kryžminimo metodų, atrankos metodų, bei genetinių algoritmų parametrų: generacijų skaičiaus, populiacijos dydžio, mutacijos tikimybės. Skaitiniai eksperimentai atliekami originalia autorių sukurta programa, kuri yra realizuota C++ kalba. Genetinių algoritmų pagrindu sukurta technologija leidžia efektyviai optimizuoti inžinerinės mechaninės konstrukcijos masę.

**Pagrindiniai žodžiai:** genetiniai algoritmai, globalusis optimizavimas, masės minimizavimas, genetinių algoritmų strategijos, baigtinių elementų metodas.

### Įvadas

Optimizavimas taip pat yra neatskiriama inžinerinės veiklos dalis. Inžinieriams dažnai tenka priimti įvairius sprendimus: kaip suprojektuoti inžinerinę konstrukciją, kad ji būtų stipri, standi ir kiek galima pigesnė.

Šiame straipsnyje siekiama surasti tokią genetinių algoritmų (toliau – GA) strategiją, kuri užtikrintų optimalų inžinerinės mechaninės konstrukcijos masės minimizavimą.

Šiame darbe minimizuojama tam tikros formos plokščiojo deformuojamo kūno masė, esant žinomai apkrovai ir žinomoms kraštinėms sąlygoms. Formos optimizavimo uždaviniai yra daugiaekstremiai, todėl globaliojo tikslo funkcijos ekstremumo paieškai taikome globaliojo optimizavimo metodus. Uždavinyje yra daugiau nei dešimt projektavimo kintamųjų, todėl daugiaekstremį uždavinį turėsime spręsti stochastiniais (tikimybiniais) (Hajela, 1996) optimizavimo metodais. Deterministiniai algoritmai tokios apimties uždaviniui reikalauja ypatingai didelių kompiuterio resursų, kurie inžineriniu požiūriu yra nepriimtini.

Paprastai globalaus optimizavimo uždaviniai reikalauja didžiulių kompiuterio išteklių, todėl perspektyviai atrodo stochastiniai (tikimybiniai) globalaus optimizavimo metodai (Šešok, Belevičius, 2009). Galima daryti prielaidą, kad genetiniai algoritmai, modeliuojantys gamtos evoliucijos dėsnius, gali būti pranašesni už kitus algoritmus. Aišku,

GA nėra idealūs algoritmai: GA negali garantuoti globalaus sprendinio radimo per fiksuotą iteracijų skaičių; be to, dažniausiai GA teikia tik apytikslį uždavinio sprendinį. Šis trūkumas nėra labai svarbus praktiniams uždaviniams, tad iš globalaus optimizavimo algoritmų pagrindinis dėmesys bus skiriamas GA strategijoms.

Pirmiausia tirsime tikslo funkcijos reikšmių priklausomybę nuo populiacijos dydžio. Tikslo funkcija – tai kūno masė, kurią minimizuojame, nepažeisdami žinomo maksimalaus įtempio ir pusiausvyros apribojimų. Tikslo funkcijos reikšmei nustatyti ir apribojimams tikrinti pasirenkame baigtinių elementų metodą (toliau – BEM) (Zienkiewicz, Taylor, 2005; Barauskas, Belevičius, Kačianauskas, 2004). Tai labiausiai paplitęs apytikslis skaičiavimo metodas. Išbandysime dvi atrankos strategijas: ruletės ir elito. Turėdami optimalų populiacijos dydį tirsime tikslo funkcijos reikšmių priklausomybę nuo elitinių individų skaičiaus. Taip pat ištirsime kelias kryžminimo ir mutacijos strategijas. Parodysime, kad uždavinys konverguoja.

## 1. Problemos formulavimas

Norėdami nustatyti GA strategiją, kuri leistų efektyviausiai atlikti mechaninės struktūros masės optimizavimą, spręsimė paprastą, tipinį uždavinį: minimizuosime tam tikros formos plokščiojo deformuojamo kūno masę (1), esant žinomai apkrovai ir žinomoms kraštinėms sąlygoms.

$$\min_{X \in A} M(X), \quad (1)$$

čia  $M(X)$  – strypo masė kilogramais;  $X$  – projektavimo kintamieji (mazgų koordinatės  $x$  ir  $y$  metrais);  $A$  – galimos mazgų koordinatės  $x$  ir  $y$  metrais.

Plieninio strypo (Priedas Nr.1, 1 pav.) masę minimizuosime, keičiant kai kurių mazgų koordinates. Jo ilgis 2 m, aukštis 0,04 m ir storis 0,02 m. Medžiagos tankis yra 7800 kg/m<sup>3</sup>, tamprumo modulis – 210 GPa, Puasono koeficientas – 0,3. Maksimalūs įtempiai elementuose neturi viršyti 3 N/mm<sup>2</sup>.

## 2. Uždavinio sprendimas taikant baigtinių elementų metodą

Baigtinių elementų metodas atspindi pusiau analizinių metodų idėją. Naudojant originalią baigtinių elementų metodu pagrįstą programą yra skaičiuojama pagrindinė statikos lygtis (2):

$$[K]^a \{U\}^a = \{F\}^a, \quad (2)$$

čia  $a$  – elementų ansamblis;  $[K]$  – standumo matrica;  $\{U\}$  – mazginių poslinkių vektorius;  $\{F\}$  – aktyviųjų jėgų vektorius.

Suformuluotam uždaviniui spręsti BEM naudosime trikampį baigtinį elementą (kitaip CST) (Zienkiewicz, Taylor, 2005; Barauskas, Belevičius, Kačianauskas, 2004). Strypą

(Priedas Nr.1, 1 pav.) diskretizuosime baigtiniais CST (constant strain triangle) elementais (Priedas Nr.1, 2 pav.) Baigtinio elemento priklausomybes formuluosime globaliojoje koordinacių sistemoje.

Plokščiojo įtempimo atveju CST standumo matricos ansamblis (3) (Barauskas, Belevičius, Kačianauskas, 2004) gali būti užrašytas kaip:

$$[K]^a = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$K_{ij} = \frac{Et}{4\Delta(1-\vartheta^2)} \begin{bmatrix} b_i b_j + \frac{1-\vartheta}{2} c_i c_j & \vartheta b_i c_j + \frac{1-\vartheta}{2} c_i b_j \\ \vartheta c_i b_j + \frac{1-\vartheta}{2} b_i c_j & c_i c_j + \frac{1-\vartheta}{2} b_i b_j \end{bmatrix}, \quad (4)$$

čia  $E$  – tamprumo modulis (plieno 210 GPa);  $\vartheta$  – Puasono koeficientas (plieno 0,3);  $\Delta$  – CST baigtinio elemento plotas;  $b_{i,j,k}, c_{i,j,k}$  – CST baigtinio elemento trikampio mazgų koordinatės,  $t$  – CST baigtinio elemento storis.

Po ansamblio sudarymo, kraštinių sąlygų įvedimo, lygties (1) sprendimo: kiekvienam baigtiniam elementui atrenkami jam priklausantys poslinkiai  $\{u_m\}$  ir įtempiai (5):

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} = [D] \cdot [B] \cdot \{u_m\}, \quad (5)$$

čia  $\{u_m\}$  – CST baigtinio elemento poslinkiai;  $\{\sigma\}$  – CST baigtinio elemento įtempiai;  $\{\varepsilon\}$  – CST baigtinio elemento deformacija plokščiajam įtempiumi:

$$[D] = \frac{E}{1-\vartheta^2} \begin{bmatrix} 1 & \vartheta & 0 \\ \vartheta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\vartheta)/2 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$[B] = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_k & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_k \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_k & b_k \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Žinant poslinkius galime apskaičiuoti tikslo funkcijos (8) reikšmes.

$$M(X) = \sum_{i=1}^n S_i t_i \rho_i, \quad (8)$$

čia  $S_i$  –  $i$ -tojo elemento plotas kvadratiniais metrais;  $t_i$  –  $i$ -tojo elemento storis metrais;  $\rho_i$  –  $i$ -tojo elemento tankis kilogramais kubiniam metrui.

Uždavinio apribojimai:

- Maksimalių įtempių:  $i$ -tojo elemento įtempiai  $\sigma_i$  (9) neturi viršyti maksimalaus leistino įtempio  $\sigma_{\max}$ :

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\sigma_{xy}^2}, \quad (9)$$

čia  $\sigma_i \leq \sigma_{\max} = 3\text{N/mm}^2$ ;  $\sigma_i$  – von Miseso (Von Mises) įtempiai CST baigtiniame elemente.

- Pusiausvyros: struktūra turi būti pusiausvira (2);
- Pasirinkti strypo elementų mazgai gali keisti savo koordinatės tik elipsės plote (Priedas Nr.1, 3 pav.); šis apribojimas bus tikrinamas pagal elipsės lygtį (10):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (10)$$

čia  $x, y$  – mazgo koordinatės metrais;  $a$  – elipsės ilgosios ašies pusašis metrais (Priedas Nr.1, 4 pav.);  $b$  – elipsės trumposios ašies pusašis metrais (Priedas Nr.1, 4 pav.).

- $a$  neturi viršyti pusės atstumo tarp gretimų strypo mazgų horizontaliai (Priedas Nr.1, 3 pav.);
- $b$  neturi viršyti pusės atstumo tarp gretimų strypo mazgų vertikaliai (Priedas Nr.1, 3 pav.).

### 3. Optimizavimo uždavinio sprendimas taikant genetinius algoritmus (GA)

Optimizavimo uždavinį sprendžiame klasikiniu genetiniu algoritmu (Goldberg, 1989), kuris sudarytas iš keturių etapų: 1) pradinės populiacijos generavimas; 2) atranka; 3) kryžminimas; 4) mutacija.

Strypo masę minimuosime keisdami 10-15 mazgų koordinatės (Priedas Nr.1, 3 pav.), t. y. turime dvylika projektavimo kintamųjų (šeši mazgai galės keisti savo koordinatės).

Mūsų atveju, mazgų koordinatės  $x$  ir  $y$  eilutė yra chromosoma, o kiekviena  $x$  ir  $y$  koordinatė yra tos chromosomos genas (Priedas Nr.1, 5 pav.). Todėl individai koduojami eilute kintamųjų, kurie atvaizduojami realiaisiais skaičiais, t.y. kiekviena chromosoma sudaryta iš realiųjų skaičių. Pradinių koordinatės (metrais) chromosoma (Priedas Nr.1, 6 pav.).

Pradinės populiacijos generavimo žingsnyje prie pradinių koordinatės yra pridedamas atsitiktinai sugeneruotas skaičius. Prie  $x$  ir  $y$  koordinatės pridedame realų skaičių iš intervalo  $[-a; a]$  ir  $[-b; b]$  atitinkamai.

Šiame darbe naudosime ruletės ir elito atrankos metodus (Sivaraj, Ravichandran, 2011; Miller, Goldberg, 1996): tam tikras individų, turinčių geriausią tikslo funkcijos reikšmę, skaičius pereina į kitą iteraciją be pakeitimų, o visi kiti populiacijos individai yra atrenkami

ruletės metodu (kai didžiausią tikslo funkcijos reikšmę turintys individai bus atrinkami su didele tikimybe). Individai, kurie tenkina elito atrankos kriterijų gali dalyvauti ir ruletės atrankoje, t.y. kiekvienas individas gali būti atrinktas daugiau nei vieną kartą.

Mūsų darbe bus naudojami trijų tipų standartiniai kryžminimo metodai (Weise, 2009; Srinivas, Patnaik, 1994): vieno taško, dviejų taškų ir kelių taškų (naudosime tris kryžminimo taškus). Elito atrankos atveju keli geriausi individai pateks į kitą populiaciją ir jiems nebus pritaikytas kryžminimo operatorius. Parašytoje programoje vieno taško kryžminimo funkcija veikia taip kaip parodyta (Priedas Nr.1, 7 pav). Populiacijos individai sugrupuojami po du ir kiekvienai porai nustatoma kryžminimo pozicija. Kryžminimo pozicija yra atsitiktinis skaičius  $k$ , priklausantis sveikųjų skaičių intervalui (11):

$$k \in [1; n-1], \quad (11)$$

čia  $n$  – individo genų skaičius.

Dviejų ir kelių taškų kryžminimo funkcijos veikia analogiškai tik atsitiktinai sugeneruojami du ir trys kryžminimo taškai atitinkamai. Sprendžiamame uždavinyje kryžminimo tikimybė yra fiksuota ir lygi 0,8. Dėl šios priežasties programoje su tikimybe 0,8 bus generuojama pozicija iš intervalo (11), o su tikimybe 0,2 kryžminimo funkcija nebus iškviečiama visai ir pora individų nepasikeis.

Mutacijos (Weise, 2009; Srinivas, Patnaik, 1994) žingsnyje atsitiktinai išrinktas genas yra pakeičiamas atsitiktine reikšme tam, kad įneštų naujos informacijos į populiaciją. Pradinėje programoje mutacija yra vykdoma su tikimybe 0,01. Prie atsitiktinai išrinkto geno pridedama arba atimama reikšmė  $\delta$  (12):

$$\delta = \frac{d}{10}, \quad (12)$$

čia  $d = a$ , kai atsitiktinis genas atitinka  $x$  koordinatę;  $d = b$ , kai atsitiktinis genas atitinka  $y$  koordinatę. Kokia operacija bus atlikta – sudėtis ar atimtis – nulemia atsitiktinai sugeneruotas skaičius. Kiekvienos operacijos tikimybė 0,5.

Bendras sprendinių evoliucijos procesas yra cikliška kartojamas, kol pasiekama nutraukimo sąlyga – iteracijų skaičius (vykdomas 250 iteracijų ciklas). Visuose testuose uždavinys konvergavo prie mažesnio iteracijų skaičiaus, todėl 250 iteracijų pakaks su atsarga. Kiekviename ciklo žingsnyje patikriname, ar gautos tikslo funkcijos reikšmės yra mažesnės už iki tol buvusias. Jei taip, tai ši reikšmė ir iteracijos numeris yra išsaugomos.

#### **4. Skaitiniai tyrimai ir eksperimentai**

Optimizavimo uždavinys sprendžiamas originaliu genetiniu algoritmu, tiesioginis analizės uždavinys – BEM originalia programa.

Kadangi GA naudoja atsitiktinius dydžius, kaip jau minėjome, uždavinį su tais pačiais parametrais geriau leisti keletą kartų. Parašytoje programoje algoritmas vykdomas 250 kartų, t.y. kiekvienam GA parametrų rinkiniui yra generuojama 250 populiacijų. Be to, su

kiekvieniu parametru rinkiniu atliksime po 50 nepriklausomu bandymu, kad butu uztikrintas gautu rezultatu patikimumas.

Siame darbe eksperimentai buvo atliekami tokiu tvarka: uzdaviny sprendziamas su ivairaus dydzio populiacijomis, elito atrankos taikymas, elitiniu individuu skaičiaus tyrimas, kryzminimo strategiju taikymas ir mutacijos strategiju taikymas. GA parametru reikšmes buvo pasirenkamos prisilaikant teoriniu rekomendaciju (Weise, 2009; Srinivas, Patnaik, 1994).

Tiriant GA strategijas ir parametru reikšmes iš viso buvo atlikta 4600 nepriklausomų eksperimentų.

Genetinio algoritmo strategijos buvo vertinamos lyginant tikslo funkcijos reikšmes: geriausia (mažiausia), reikšmių vidurki ir blogiausia (didžiausia).

#### **4.1. GA populiacijos dydzio tyrimas**

Naudodami ruletes atranka tiriamame tikslo funkcijos reikšmiu priklausomybe nuo populiacijos dydzio. Atliktu po 50 nepriklausomu bandymu su kiekvienu individuu skaičiumi rezultatai pavaizduoti (Priedas Nr.1, 8 pav.). Iš gautu eksperimentu grafiko (Priedas Nr.1, 8 pav.) galime teigti, kad optimalus populiacijos dydis yra apie 32-48 individuu. Geriausia minimalia tikslo funkcijos reikšme gavome, kai populiacija sudare 46 individai, o geriausia vidutine – 42 individai.

#### **4.2. GA elitines strategijos tyrimas**

Taikydami elito atranka tiriamame tikslo funkcijos reikšmiu priklausomybe nuo populiacijos dydzio. Atliktu po 50 nepriklausomu bandymu su kiekvienu individuu skaičiumi rezultatai pavaizduoti (Priedas Nr.1, 9 pav., 10 pav. ir 11 pav.). Iš gautu eksperimentu grafiku (Priedas Nr.1, 9 pav., 10 pav., ir 11 pav.) matome, kad elito atrankos metodo taikymas leido sumažinti tikslo funkcijos reikšmes. Vidurki sumažiname apie 4-7 %, minimuma – 1-3 %, maksimuma – 1-2 %.

Remiantis gautais eksperimentu rezultatais pasirenkame optimalu populiacijos dydi – 46 individai.

#### **4.3. GA kryzminimo strategiju tyrimas**

Tiriamame tikslo funkcijos reikšmiu priklausomybe nuo kryzminimo tasku skaičiaus. Taikysime vieno, dviejų ir trijų tasku kryzminimo metodus. Atliktu po 50 nepriklausomu bandymu su kiekvienu kryzminimo metodu rezultatai pateikti (Priedas Nr.1, 1 lentelė).

Remiantis gautais rezultatais galime teigti, kad tikslo funkcijos reikšmes yra pakankamai stabilios ir beveik nepriklauso nuo kryzminimo tasku skaičiaus. Geriausia minimalia tikslo funkcijos reikšme gavome, kai taikeme dviejų tasku kryzminimo metoda. Todél tolesniuose tyrimuose taikysime būtent šį metoda.

#### 4.4. GA iteracijų skaičiaus tyrimas

Tiriame tikslo funkcijos reikšmių (TFR) priklausomybę nuo iteracijų skaičiaus. Vidutinių, minimalių ir maksimalių TFR, gautų taikant ruletės atrankos metodą, priklausomybė nuo iteracijų skaičiaus pavaizduota (Priedas Nr.1, 12 pav.).

Vidutinių, minimalių ir maksimalių TFR, gautų taikant elito atrankos metodą, priklausomybė nuo iteracijų skaičiaus pavaizduota (Priedas Nr.1, 13 pav.).

Iš gautų eksperimentų grafikų (Priedas Nr.1, 12 pav. ir 13 pav.) galime teigti, kad uždavinys konverguoja prie mažesnio nei 250 iteracijų skaičiaus nepriklausomai nuo atrankos metodo.

Vidutiniškai geriausias vidutinis sprendinys surandamas tarp 100 ir 150 iteracijų, geriausias minimalus – tarp 150 ir 200 iteracijų, maksimalus – tarp 1 ir 10 iteracijų, kai taikome elito atrankos metodą. Geriausias minimalus sprendinys surandamas tarp 40 ir 100 iteracijų, kai taikome ruletės atrankos metodą.

Remiantis gautais rezultatais galime teigti, kad 250 iteracijų pakanka su atsarga tam, kad uždavinys konverguotų.

#### 4.5. GA mutacijos strategijų tyrimas

Tiriame tikslo funkcijos reikšmių (TFR) priklausomybę nuo mutacijos tikimybės. Atliktų po 50 nepriklausomų bandymų su kiekviena mutacijos tikimybe rezultatai pavaizduoti (Priedas Nr.1, 14 pav.). Iš gautų eksperimentų rezultatų (Priedas Nr.1, 14 pav.) matome, kad minimalios ir maksimalios tikslo funkcijos reikšmės beveik nepriklauso nuo mutacijos tikimybės, o populiacijos vidurkis didėja didėjant tikimybei.

#### 4.6. Eksperimentų apibendrinimas

Tiriant GA strategijas ir parametrų reikšmes iš viso buvo atlikta 4600 nepriklausomų eksperimentų, kuriais remiantis gavome optimalius GA parametrus bei GA strategijas (Priedas Nr.1, 2 lentelė), kurios leidžia efektyviausiai atlikti mechaninės struktūros masės optimizavimą. Pasinaudoję šiuo parametrų rinkiniu (Priedas Nr.1, 2 lentelė) radome geriausią minimalią tikslo funkcijos reikšmę 11,224 ir geriausią vidutinę – 11,235. Panaudoję baigtinių elementų metodą apskaičiavome mazgų poslinkius (atitinkančius minėtas tikslo funkcijos reikšmes) ir pagal gautas koordinates nubraižėme sprendinius atitinkančius strypus:

1. kai tikslo funkcijos reikšmė 11,224 (Priedas Nr.1, 15 pav.);
2. kai tikslo funkcijos reikšmė 11,224 (Priedas Nr.1, 16 pav.).

#### Išvados

Straipsnyje nagrinėto uždavinio sprendimas reikalauja ypatingai didelių kompiuterio resursų, todėl optimizavimui buvo pasirinkti GA, kurie priskiriami stochastinių (tikimybinių) algoritmų klasei. Buvo sukurta technologija, kuri naudodama GA koncepciją leidžia atlikti inžinerinės mechaninės struktūros masės minimizavimą.

Išanalizavus skaitinių eksperimentų rezultatus, buvo pastebėta:

1. Individų skaičiaus populiacijoje didinimas leidžia tikėtis geresnio rezultato. Optimalus populiacijos dydis yra apie 32-48 individų.
2. Elito strategija leido surasti 4-7 % geresnį populiacijos vidurkį ir 1-3 % geresnį minimalų sprendinį, negu ruletės atrankos strategija.
3. Elitinių individų skaičius neturėtų sudaryti daugiau nei 5 % visos populiacijos;
4. Uždavinys konverguoja mažiau nei per 250 iteracijų.
5. Kryžminimo taškų skaičiaus padidinimas didelės įtakos sprendžiamo uždavinio rezultatams neturėjo.
6. Mutacija turi būti vykdoma su nedidele tikimybe (apie 1 %).
7. GA negarantuoja, kad bus surastas globalus sprendinys. Būtina kelis kartus spręsti uždavinį su tais pačiais duomenimis.

### Literatūra

- Barauskas, R., Belevičius, R., Kačianauskas, R. (2004). Baigtinių elementų metodo pagrindai. Vilnius: Technika.
- Goldberg, D. E. (1989). Genetic Algorithms in Search, Optimization and Learning. New York: Addison-Wesley.
- Hajela, P. (1996). "Stochastic search in structural optimization: genetic algorithms and simulated annealing", Structural Optimization: Status and Promise, vol. 150: 611–637.
- Miller, B. L., Goldberg, D. E. (1996). "Genetic algorithms, selection schemes, and the varying effects of noise," Evolutionary Computation, 4(2): 113–131.
- Sivaraj, R., Ravichandran, T. (2011). "A review of selection methods in genetic algorithm," International Journal of Engineering Science and Technology, 3(5): 3792–3797.
- Srinivas, M., Patnaik, L. M. (1994) "Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithms," IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 24(4): 656–667.
- Šešok, D., Belevičius, R. (2009) „Globalusis rostverkinių pamatų optimizavimas hibridiniu genetiniu algoritmu“, Statybinės konstrukcijos ir technologijos, 80–88. ISSN 2029-2317.
- Weise, T. (2009). Global Optimization Algorithms – Theory and Application, University of Kassel, Distributed Systems Group: el. išteklius.
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. (2005). The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics, 6<sup>th</sup> ed., London: Elsevier Butterworth-Heinemann.

**V. Gerfolveden** graduated from Vilnius Gediminas Technical University receiving master's degree in 2013. She is currently assistant at Department of Information Technologies, Vilnius Gediminas Technical University. Her research interests include global optimization and software testing.

**D. Mačiūnas** graduated from Šiauliai University receiving master's degree in 2002. In 2013 he received a PhD at Faculty of Fundamental Sciences, Vilnius Gediminas Technical University. The topic of his thesis was Multi-objective global optimization of grillages using genetic algorithms. His research interests include computational mechanics, global optimization, stochastic algorithms and finite element method.



- D. Šešok graduated from Vilnius Gediminas Technical University receiving master's degree in 2002. In 2008 he received a PhD at Faculty of Fundamental Sciences, Vilnius Gediminas Technical University. The topic of his thesis was Truss optimization with modified genetic algorithm. His research interests include global optimization and genetic algorithms.
- S. Valentinavičius in 1992 received a doctoral degree at Vilnius Gediminas Technical University. The topic of his thesis was Calculation of ideally elastic-plastic double-curved shell up to plastic collapse. Currently he occupies a position of assistant professor at Department of Information Technologies. His general research interests cover structural mechanics, programming languages and software design. The practical skills acquired as the CEO at the company Matrix Software Baltic (from 1996 till now).
- E. Glėbienė graduated from Vilnius Gediminas Technical University receiving master's degree in 1995. Her research interests include global optimization and genetic algorithms.

## MASS OPTIMIZATION OF ENGINEERING STRUCTURES APPLYING GENETIC ALGORITHMS

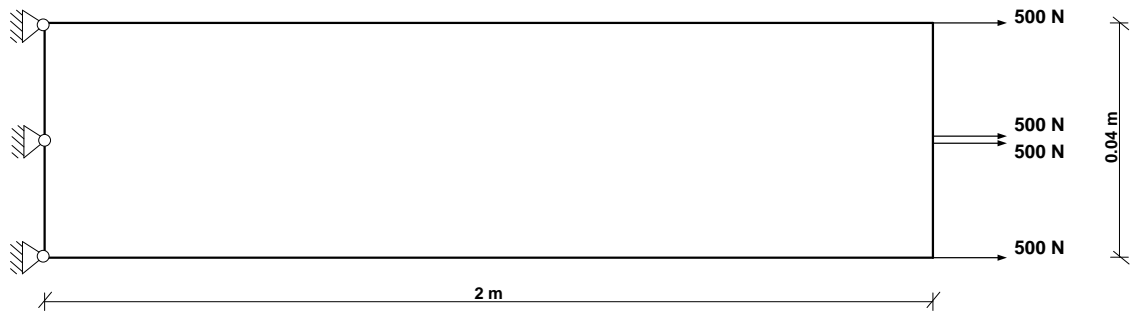
Valentina Gerfolveden, Darius Mačiūnas, Dmitrij Šešok,  
Saulius Valentinavičius, Elena Glėbienė

### Summary

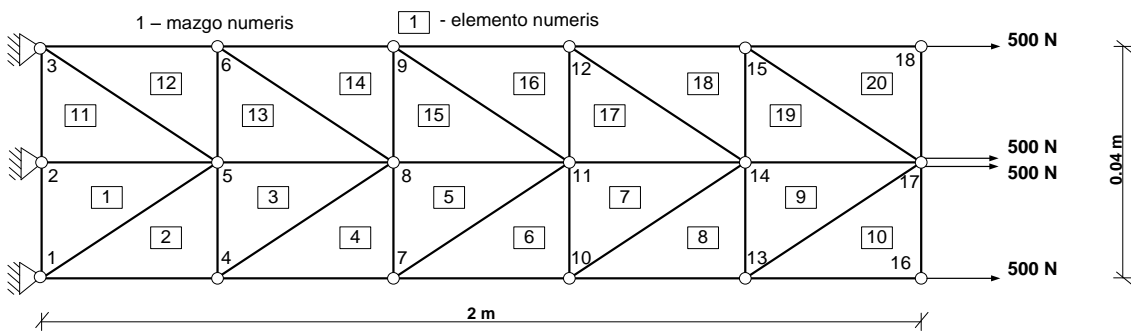
The paper proposes a technology for mass optimization of two-dimensional body applying genetic algorithms. Main attention is focused on geometry of 2D body, i. e. search for optimal coordinates of body points. Direct analysis of 2D body – von Mises stress determination – is performed using original program based on finite element method. The set of design parameters contains the coordinates of body points in 2D space. The results of numerical experiments proved the proposed technology to be efficient tool for solution of 2D body mass optimization problem.

**Keywords:** genetic algorithms, global optimization, mass minimization, strategies of genetic algorithms, finite element method.

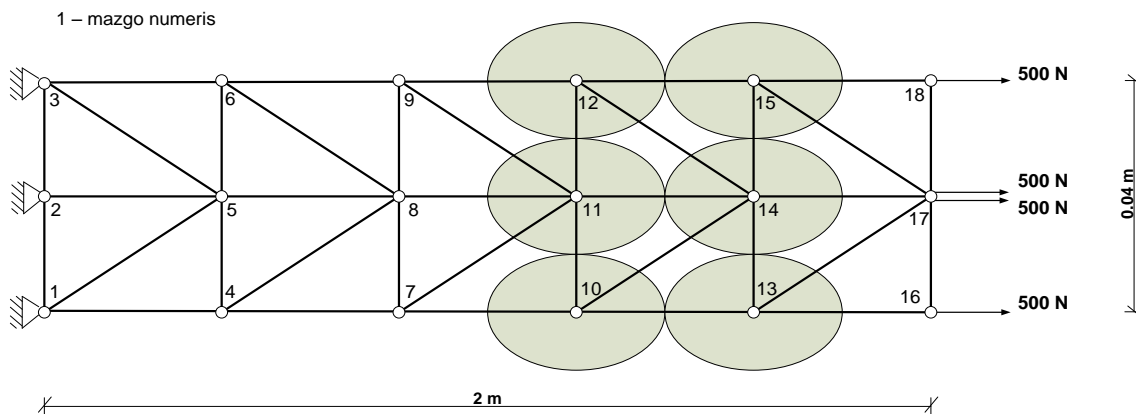
Priedas Nr.1



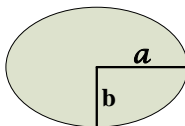
1 pav. Strypo skaičiuojamasis modelis



2 pav. Strypas padalintas į 20 CST elementų



3 pav. Baigtinių elementų mazgų apribojimas



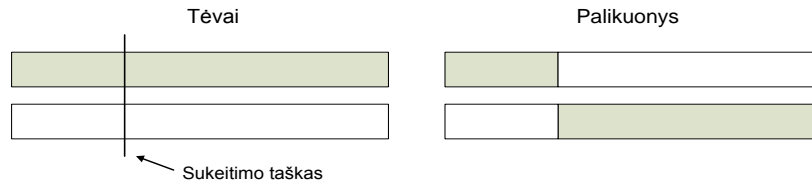
4 pav. Elipsės pusašės

X <sub>10</sub>	y <sub>10</sub>	X <sub>11</sub>	y <sub>11</sub>	X <sub>12</sub>	y <sub>12</sub>	X <sub>13</sub>	y <sub>13</sub>	X <sub>14</sub>	y <sub>14</sub>	X <sub>15</sub>	y <sub>15</sub>
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

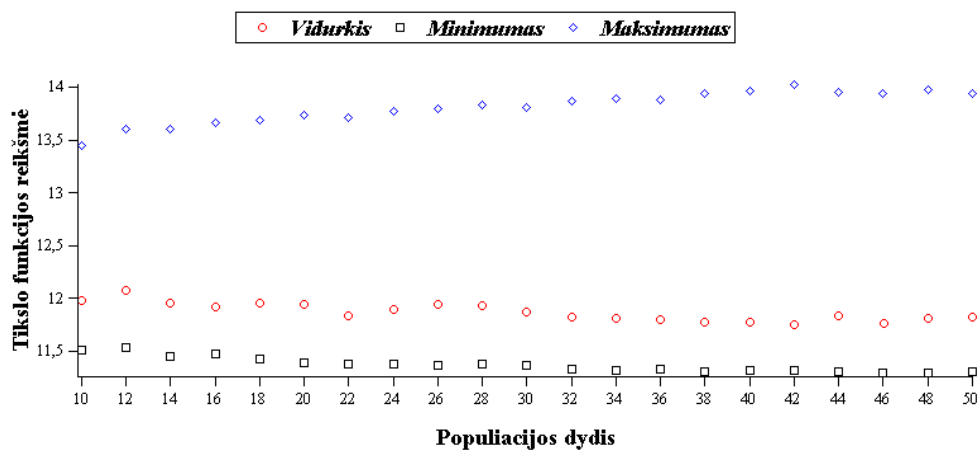
5 pav. Sprendžiamo uždavinio chromosoma

1.2	0	1.2	0.02	1.2	0.04	1.6	0	1.6	0.02	1.6	0.04
-----	---	-----	------	-----	------	-----	---	-----	------	-----	------

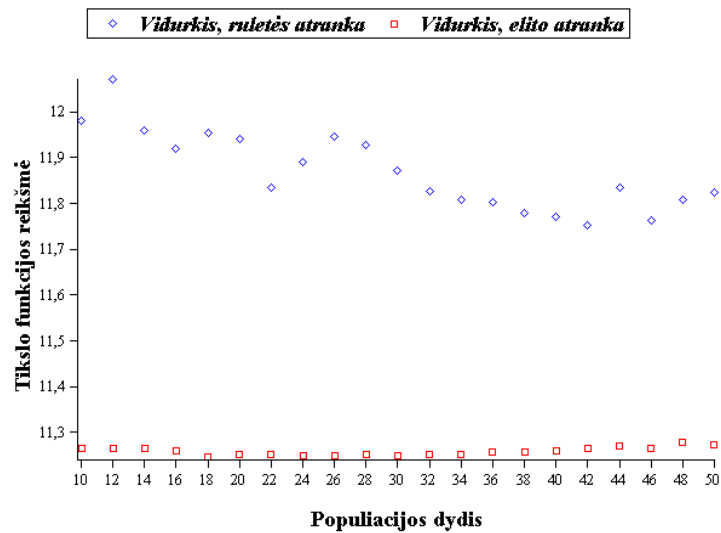
6 pav. Pradinių koordinatų chromosoma



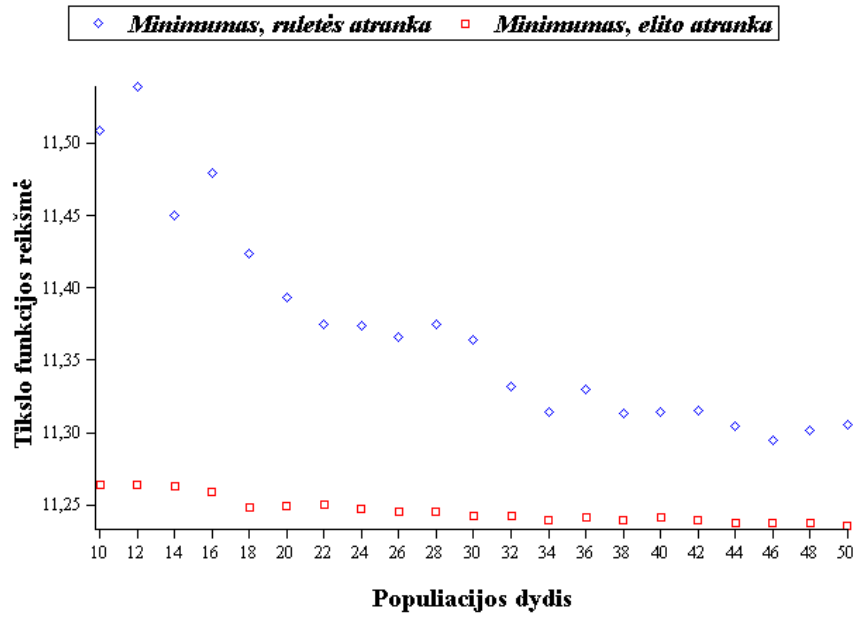
7 pav. Vieno taško kryžminimas



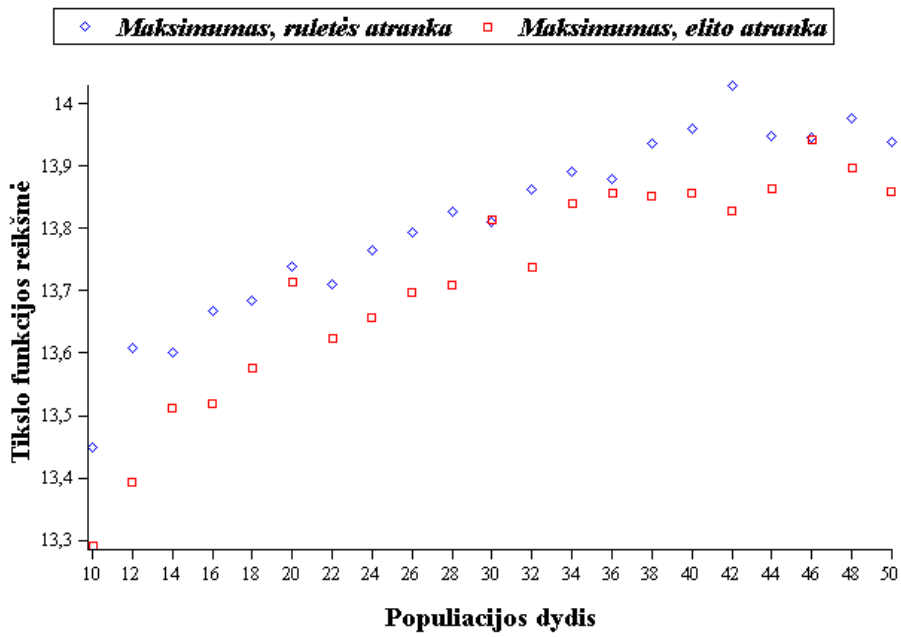
8 pav. Tikslo funkcijos reikšmių priklausomybė nuo populiacijos dydžio



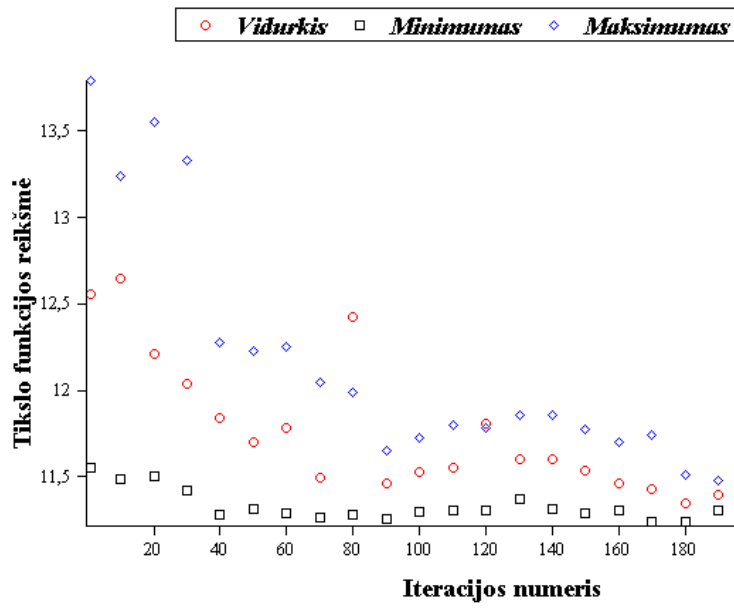
9 pav. Vidurkių priklausomybė nuo populiacijos dydžio



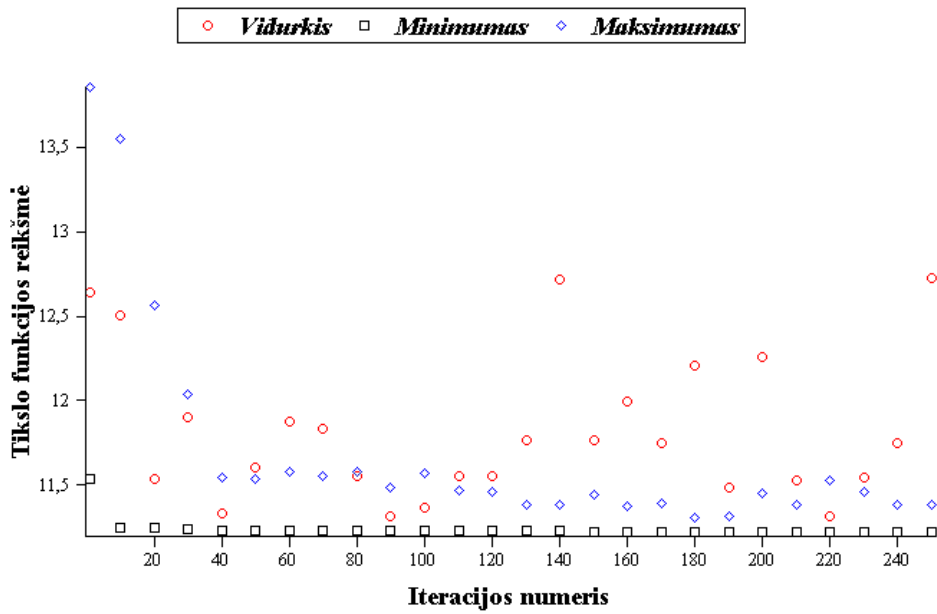
10 pav. Minimumų priklausomybė nuo populiacijos dydžio



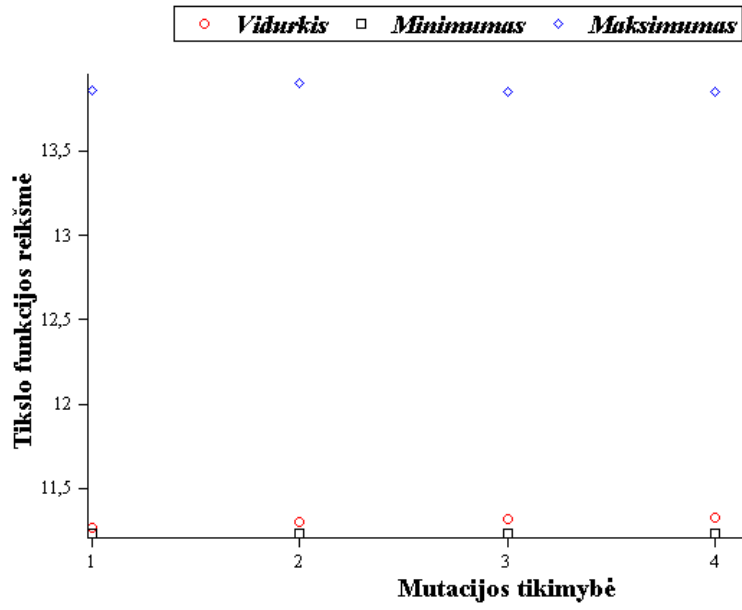
11 pav. Maksimumų priklausomybė nuo populiacijos dydžio



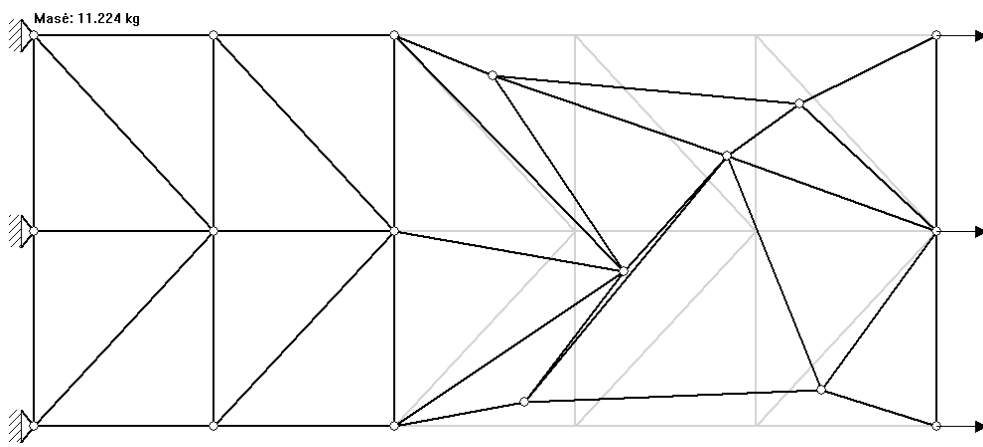
12 pav. Ruletės atranka. TFR priklausomybė nuo iteracijų skaičiaus



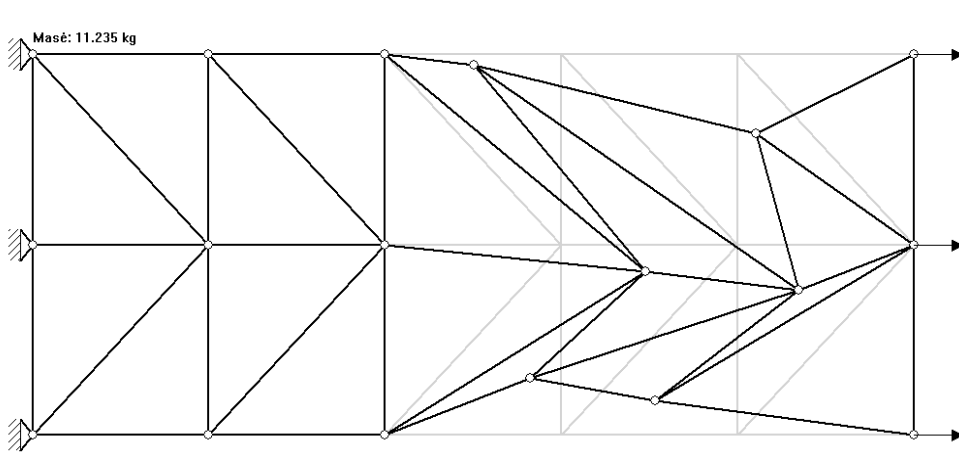
13 pav. Elito atranka. TFR priklausomybė nuo iteracijų skaičiaus



14 pav. Tikslo funkcijos reikšmių priklausomybė nuo mutacijos tikimybės



15 pav. Mažiausios masės strypas



16 pav. Artimiausias vidurkiui sprendinys

**1 lentelė.** Tikslų funkcijos reikšmių priklausomybė nuo kryžminimo taškų skaičiaus

Kryžminimo taškų skaičius	Vidurkis	Minimumas	Maksimumas
1	11,265	11,237	13,942
2	11,270	11,235	13,861
3	11,271	11,236	13,810

**2 lentelė.** Optimalūs GA parametrai

Kryžminimo tikimybė	0,8
Mutacijos tikimybė	0,01
Individų kiekis populiacijoje	46
Iteracijų skaičius	250
Kryžminimo metodas	dviejų taškų
Atrankos metodas	elito
Elitinių individų skaičius	2